

ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ

ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Β. ΜΟΥΣΤΑΚΙΔΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ & ΔΙΚΤΥΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Περιεχόμενα

1	Γιατί Επεξεργασία Σημάτων	1
1.1	Εισαγωγή	1
1.2	Κλασική Επεξεργασία Σημάτων	2
1.3	Βασικά Τμήματα Συστήματος Επεξεργασίας	5
2	Δειγματοληψία και Ανακατασκευή Σημάτων	7
2.1	Εισαγωγή	7
2.2	Αναδίπλωση Συχνότητας λόγω Δειγματοληψίας	9
2.2.1	Σχέση Μετασχηματισμών Fourier Αναλογικού και Ψηφιακού Σήματος	11
2.3	Θεώρημα Δειγματοληψίας	14
2.3.1	Απόδειξη Θεωρήματος Δειγματοληψίας	15
2.3.2	Αποφυγή του Φαινομένου της Αναδίπλωσης	17
2.3.3	Γενίκευση του Θεωρήματος Δειγματοληψίας	18
2.4	Ανακατασκευή Αναλογικών Σημάτων	20
2.4.1	Ανάλυση Διαδικασίας Ανακατασκευής	22
2.5	Ασκήσεις	24
3	Παραθύρωση Δεδομένων	27
3.1	Εισαγωγή	27
3.2	Συχνотικό Περιεχόμενο Πεπερασμένης Ακολουθίας	27
3.3	Είδη Παραθύρων	30
3.4	Ασκήσεις	34
4	Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier και Συνελκτικά Αθροίσματα	36
4.1	Εισαγωγή	36
4.2	Ορισμός του ΔΜF	36
4.2.1	Απόδειξη Ισοδυναμίας μεταξύ Χρονικών και Συχνотικών Δειγμάτων	38
4.2.2	Ο ΔΜF σε Μητροική Μορφή	39
4.2.3	Μη Κανονική Δειγματοληψία στο Πεδίο της Συχνότητας	40
4.2.4	Ιδιότητες ΔΜF	40
4.2.5	Υπολογιστική Πολυπλοκότητα ΔΜF	42

4.3	Ταχύς Μετασχηματισμός Fourier, FFT	43
4.3.1	Αποδεκατισμός στο Χρόνο	44
4.3.2	Αποδεκατισμός στη Συχνότητα	47
4.3.3	Γενικεύσεις του FFT	48
4.4	Συνελικτικά Αθροίσματα	48
4.4.1	Γραμμική Συνέλιξη Πεπερασμένων Ακολουθιών	49
4.4.2	Κυκλική Συνέλιξη	51
4.4.3	Σχέση Κυκλικής Συνέλιξης και ΔΜΦ	53
4.4.4	Γραμμική από Κυκλική Συνέλιξη	54
4.5	Μέθοδοι Υλοποίησης Γραμμικής Συνέλιξης	56
4.5.1	Μέθοδος Επικάλυψης και Αθροίσης	56
4.5.2	Μέθοδος Επικάλυψης και Διατήρησης	59
4.5.3	Υπολογιστική Πολυπλοκότητα Μεθόδων Γραμμικής Συνέλιξης	61
4.6	Ασκήσεις	63

5 Γενικά περί Φίλτρων 65

5.1	Εισαγωγή	65
5.2	Αναλογικά και Ψηφιακά Φίλτρα	66
5.2.1	Διαφορές Αναλογικών και Ψηφιακών Φίλτρων	66
5.2.2	Κατηγορίες Φίλτρων και Βασικές Ιδιότητες	67
5.2.3	Ευστάθεια και Αιτιατότητα	68
5.3	Ιδανικές Προδιαγραφές Φίλτρων	69
5.3.1	Ιδανικές Χαρακτηριστικές	69
5.3.2	Είδη Κλασικών Ιδανικών Φίλτρων	72
5.3.3	Ιδανική Κρουστική Απόκριση Φίλτρου	73
5.4	Προσέγγιση Ιδανικών Χαρακτηριστικών	74
5.4.1	Απόκριση Πλάτους και Συνάρτηση Φάσης	74
5.4.2	Γραμμική Φάση και Καθυστερήση Ομάδας	75
5.4.3	Ζώνες Μετάβασης	79
5.4.4	Ακρίβεια Προσέγγισης	80
5.4.5	Συνάρτηση Βάρους	81
5.5	Σύγκριση FIR και IIR Φίλτρων	83
5.6	Μεταβατικά Φαινόμενα	84
5.6.1	Μεταβατικά Φαινόμενα σε FIR Φίλτρα	84
5.6.2	Μεταβατικά Φαινόμενα σε IIR Φίλτρα	85
5.6.3	Αντιμετώπιση Μεταβατικών Φαινομένων	86
5.7	Ασκήσεις	87

6 FIR Φίλτρα 89

6.1	Εισαγωγή	89
6.2	Απόκριση Συχνότητας FIR Φίλτρων	90
6.3	Σχεδίαση με Χρήση Παραθύρων	92
6.3.1	Φαινόμενο Gibbs	95
6.3.2	Παράθυρο Kaiser	98

6.4	Σχεδίαση με Χρήση Ζωνών Αδιαφορίας	99
6.4.1	Εκτίμηση Βέλτιστου Μήκους για τη Μέθοδο των Ζωνών Αδιαφορίας	101
6.4.2	Μέθοδος Δειγματοληψίας στη Συχνότητα	103
6.4.3	Χαρακτηριστικά Βέλτιστου Φίλτρου	104
6.5	Min-Max Βέλτιστα Ισοκυματικά Φίλτρα	105
6.5.1	Γενικό Min-Max Πρόβλημα και Θεώρημα της Εναλλαγής	108
6.5.2	Αλγόριθμος Εναλλαγής Remez	112
6.5.3	Χαρακτηριστικά του Βέλτιστου Min-Max Φίλτρου	114
6.5.4	Εκτίμηση Ελάχιστου Μήκους FIR Φίλτρου	115
6.5.5	Καθυστέρηση Λόγω Γραμμικής Φάσης	117
6.6	Ασκήσεις	119

7 IIR Φίλτρα 122

7.1	Εισαγωγή	122
7.2	Σχεδιασμός Αναλογικών IIR Φίλτρων	123
7.2.1	Φίλτρα Butterworth	123
7.2.2	Φίλτρα Chebyshev 1ου Τύπου	128
7.2.3	Φίλτρα Chebyshev 2ου Τύπου	131
7.2.4	Ελλειπτικά Φίλτρα	134
7.3	Μετασχηματισμοί Συχνότητας Αναλογικών Φίλτρων	135
7.3.1	Σχεδιασμός IIR Ανωπερατών Φίλτρων	137
7.3.2	Σχεδιασμός IIR Ζωνοπερατών Φίλτρων	139
7.3.3	Σχεδιασμός IIR Φίλτρων Αποκοπής Ζώνης	140
7.4	Κυκλώματα Υλοποίησης Αναλογικών IIR Φίλτρων	140
7.4.1	Υλοποίηση Κατωπερατών Φίλτρων	141
7.4.2	Υλοποίηση Ανωπερατών Φίλτρων	142
7.4.3	Υλοποίηση Ζωνοπερατών Φίλτρων και Φίλτρων Αποκοπής Ζώνης	143
7.5	Σχεδιασμός Ψηφιακών IIR Φίλτρων	143
7.5.1	Μέθοδος της Αμετάβλητης Κρουστικής Απόκρισης	143
7.5.2	Μέθοδος του Διγραμμικού Μετασχηματισμού	146
7.6	Υλοποίηση Ψηφιακών IIR Φίλτρων	148
7.6.1	Απ' Ευθείας Υλοποίηση	149
7.6.2	Υλοποίηση με Ελάχιστο Αριθμό Στοιχείων Μνήμης	150
7.6.3	Κλιμακωτή Υλοποίηση	151
7.6.4	Σε Σειρά και Παράλληλη Υλοποίηση	152
7.7	Ασκήσεις	153

8 Ειδικές Κατηγορίες Ψηφιακών Φίλτρων 155

8.1	Εισαγωγή	155
8.2	Φίλτρα Εγκοπής	155
8.2.1	FIR Φίλτρα Εγκοπής	156
8.2.2	Μέθοδος Ζωνών Αδιαφορίας	158
8.2.3	Μέθοδος Min-Max	159
8.2.4	IIR Φίλτρα Εγκοπής	159

- 8.2.5 Συμμετρικό IIR Φίλτρο Εγκοπής 160
- 8.2.6 Μη Συμμετρικό IIR Φίλτρο Εγκοπής 161
- 8.3 Ψηφιακοί Διαφοριστές 163
 - 8.3.1 Ιδανικός Ψηφιακός Διαφοριστής 163
 - 8.3.2 Συνδυασμός Διαφόρισης και Φιλτραρίσματος 166
- 8.4 Ψηφιακοί Ολοκληρωτές 170
 - 8.4.1 Η Συχνότητα $\omega = 0$ Ανήκει σε Ζώνη Αποκοπής 172
 - 8.4.2 Η Συχνότητα $\omega = 0$ Ανήκει σε Ζώνη Διάβασης 172
- 8.5 Ψηφιακοί Μετασχηματιστές Hilbert 176
- 8.6 Ασκήσεις 178

9 Πολυρυθμική Επεξεργασία 181

- 9.1 Εισαγωγή 181
- 9.2 Υπερδειγματοληψία-Υποδειγματοληψία 182
 - 9.2.1 Χαρακτηρισμός στο Πεδίο του Χρόνου 182
 - 9.2.2 Χαρακτηρισμός στο Πεδίο της Συχνότητας 184
- 9.3 Ισοδύναμες σε Σειρά Συνδεσμολογίες 187
- 9.4 Φίλτρα Αλλαγής Ρυθμού Δειγματοληψίας 188
 - 9.4.1 Φίλτρα Κλασματικής Αλλαγής Ρυθμού 190
- 9.5 Πολυσταδιακή Υλοποίηση Συστημάτων 191
 - 9.5.1 Πολυσταδιακό Φιλτράρισμα Σημάτων Πεπερασμένου Εύρους Ζώνης 194
- 9.6 Πολυφασική Ανάλυση 196
 - 9.6.1 Πολυφασική Ανάλυση Φίλτρου 197
 - 9.6.2 Αποδοτικές Υλοποιήσεις Αποδεκατισμού και Παρεμβολής 198
 - 9.6.3 Συστοιχίες Ψηφιακών Φίλτρων 199
 - 9.6.4 Συστοιχία Φίλτρων Ημιζώνης 201
- 9.7 Συνδυασμοί Φίλτρων Τέλειας Ανακατασκευής 203
 - 9.7.1 Ορθογώνια Κατοπτρικά Φίλτρα 203
 - 9.7.2 Συστοιχία Ορθογώνιων Κατοπτρικών Φίλτρων 204
 - 9.7.3 FIR Φίλτρα Ανάλυσης και Σύνθεσης 206
- 9.8 Ασκήσεις 207

10 Επεξεργασία Στοχαστικών Σημάτων 209

- 10.1 Εισαγωγή 209
- 10.2 Επίδραση Γραμμικού Συστήματος σε Στατιστικές Στοχαστικού Σήματος 210
- 10.3 Βέλτιστο Γραμμικό Φιλτράρισμα 212
 - 10.3.1 Μη Αιτιατό Γραμμικό Φίλτρο Wiener 213
 - 10.3.2 FIR Φίλτρο Wiener 215
 - 10.3.3 Αλγόριθμος του Levinson 216
 - 10.3.4 Εναλλακτική Σημασία των Αποτελεσμάτων 217
- 10.4 Ελαχιστοποίηση Τετραγωνικού Σφάλματος Δειγμάτων 219
 - 10.4.1 Μοντέλο Αυτοπαλινδρόμησης 220
- 10.5 Ασκήσεις 222

11	Τεχνικές Εκτίμησης Συχνοτικού Περιεχομένου	224
11.1	Εισαγωγή	224
11.2	Εκτίμηση Συχνοτικού Περιεχομένου Σήματος	225
11.3	Φασματόγραμμα	229
11.3.1	Διακριτική Ικανότητα Φασματογράμματος	231
11.4	Εκτίμηση Φάσματος Στοχαστικού Σήματος	233
11.4.1	Περιοδόγραμμα	233
11.4.2	Ανάλυση Περιοδογράμματος	235
11.4.3	Εκτίμηση Φάσματος με Χρήση Μοντέλων Αυτοπαλινδρόμησης	236
11.5	Ασκήσεις	237
A	Μετασχηματισμοί Σημάτων και Γραμμικά Συστήματα	240
A.1	Μετασχηματισμός Fourier	240
A.2	Σειρά Fourier	242
A.3	Μετασχηματισμοί Laplace και Z	242
A.3.1	Ορισμός, Πεδίο Σύγκλισης και Ιδιότητες Μετασχηματισμού Laplace	243
A.3.2	Ορισμός, Πεδίο Σύγκλισης και Ιδιότητες Μετασχηματισμού Z	244
A.4	Γραμμικά Χρονικά Σταθερά Συστήματα	245
B	Πιθανότητες και Στοχαστικά Σήματα	247
B.1	Εισαγωγή	247
B.2	Χώρος Πιθανότητας	247
B.3	Τυχαίες Μεταβλητές	248
B.3.1	Πείραμα	249
B.3.2	Μέσος Όρος και Διασπορά	250
B.4	Στοχαστικά ή Τυχαία Σήματα	252
B.4.1	Στατιστικές Πρώτης και Δεύτερης Τάξης	252
B.4.2	Στασιμότητα και Εργοδικότητα	253
B.4.3	Πυκνότητα Φάσματος Στοχαστικού Σήματος	255
B.5	Βασικοί Νόμοι της Στατιστικής	257
B.5.1	Νόμος των Μεγάλων Αριθμών	257
B.5.2	Κεντρικό Οριακό Θεώρημα	258
	Ευρετήριο	259

Το βιβλίο περιέχει 115 Σχήματα και 12 Πίνακες

Πρόλογος

Η ύλη του παρόντος βιβλίου βασίζεται στις παραδόσεις του μαθήματος “Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων” που έγιναν από τον συγγραφέα επί μια δεκαετία στο Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Πατρών.

Μολονότι τα θέματα τα οποία αναπτύσσονται είναι, ως επί το πλείστον, κλασικά, έγινε προσπάθεια, ώστε τα πλέον σημαντικά κεφάλαια να παρουσιαστούν με εντελώς πρωτότυπο τρόπο. Για παράδειγμα, στη θεωρία φίλτρων, που καλύπτει το μεγαλύτερο μέρος του βιβλίου, ενοποιούνται οι διαφορετικές κατηγορίες φίλτρων και οι αντίστοιχες μέθοδοι σχεδιασμού τους και εξηγούνται, ελπίζουμε ικανοποιητικά, επιλογές, οι οποίες μέχρι τώρα ήσαν μάλλον αυθαίρετες.

Η ύλη του βιβλίου θεωρείται ικανή να καλύψει ένα εξαμηνιαίο μάθημα και προορίζεται για φοιτητές που ήδη κατέχουν βασικές γνώσεις από τη Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων σε αναλογικό και διακριτό χρόνο, δηλαδή Μετασχηματισμό και Σειρά Fourier, Μετασχηματισμούς Laplace και Z , καθώς και κρουστική απόκριση, συνάρτηση μεταφοράς και ευστάθεια συστημάτων. Στοιχεία δε της Θεωρίας Πιθανοτήτων, όπως η έννοια της πιθανότητας, τυχαίων μεταβλητών καθώς και στατιστικών πρώτης και δεύτερης τάξης, αποτελούν βάση για την κατανόηση του κεφαλαίου περί επεξεργασίας στοχαστικών σημάτων. Για πληρότητα οι αναγκαίες αυτές έννοιες παρουσιάζονται, εν συντομία, στα δύο παραρτήματα του βιβλίου, συνοδευμένες από την απαραίτητη βιβλιογραφία για αναλυτικότερη μελέτη.

Γεώργιος Μουστακίδης
Ιούνιος 2003